Apellido y nombres (padrón): ....**A**....**B**

27 de octubre de 2022. Parcial de Análisis Matemático III. Cursos 5 A y B.

Para aprobar, se requiere resolver correcta y justificadamente **3** *Ejercicios.*

1. Sea $f(z) = \dfrac{Log(1-z)}{z}$ **a)** Hallar los puntos singulares de f en el plano complejo ampliado y clasificarlos.
   b)) Calcular $\displaystyle\int_{C^+} f(z)(2z+3+\frac{1}{z})dz; \qquad C^+ : \left\{|z| = \frac{\pi}{4}\right\}$

2. Sean $C_r : \{|z+1| = r\}$, con $r > 0$.
   a) ¿Para qué valores de $r > 0$ la circunferencia C_r se transforma, mediante la inversión $f(z) = \dfrac{1}{z}$, en otra circunferencia?
   b) Si $r = 2$, halle una transformación homográfica $w = g(z)$ que transforme la circunferencia C_r en la recta $Re(w) + Im(w) = 0$

3. Sea $f(z)$ entera de forma tal que $Re(f) = 2x(3-y)$ y $f(1+i) = 1+i$, calcular $\displaystyle\int_C f(z)dz$ siendo C el arco de parábola $y = x^2 + 1$ desde $(0,1)$ hata $(1,2)$.

4. Sea la función $f(z) = \dfrac{1 - cos(1/z)}{z}$. Hallar el desarrollo en Serie de Laurent válido en un entorno de $z = 0$. ¿Cuál es el dominio de convergencia? ¿Qué tipo de singularidad es $z = 0$ y cuánto vale el residuo en ese punto?

5. Sea $I(\alpha) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^\alpha}{1+x^2}\, dx$, α real. Hallar para qué valores de α resulta $I(\alpha)$ convergente. Calcular, entre $I(0)$ e $I(1)$, la que resulte convergente.